

Bewertung von Garantiefondsprodukten

Kolloquium Versicherungs- und Finanzmathematik

Leibniz- Universität Hannover

Freitag 13. Januar 2012

Dr. Jürgen Bierbaum

Aktuariat und Versicherungstechnik

ALTE LEIPZIGER Lebensversicherung a.G.



Ausgangssituation

- Fondsgebundenes Lebensversicherungsprodukt mit Ablaufgarantie (Mindestleistung)
- Garantiegeber = Lebensversicherungsunternehmen (LVU)
- Absicherung der Garantie durch Garantiefonds konstruktion
- Kapitalanlagegesellschaft (KAG) spricht Garantie gegenüber LVU aus

Aussage zur HGB-Reservierung

Ist diese Mindestleistung derart [...] abgesichert, so ist es [...] ausreichend, eine eventuelle positive Differenz von der prospektiv berechneten Deckungsrückstellung der Mindestleistung und dem Zeitwert des Bezugswertes zusätzlich zu [...] auszuweisen. Die gegenwärtige Gesetzeslage verlangt nicht, eine vollumfängliche, prospektive Deckungsrückstellung für die Mindestleistung gemäß §341 f HGB einzustellen.

Ist dieser Ansatz (im Sinne des HGB, aktuariell,...) hinreichend vorsichtig?

➡ Überprüfung dieser Frage durch eine Arbeitsgruppe der Deutschen Aktuarvereinigung

Ein „fiktives Gegenbeispiel“

- Mindestleistung = 100 € zahlbar bei Ablauf in 20 Jahren
- Rechnungszins = 2,25%
- Prospektive Deckungsrückstellung der Mindestleistung $MDR = 1,0225^{-20} \cdot 100 \text{ €} = 64,08 \text{ €}$
- Garantiefonds: Investition in Aktien und Absicherung der Garantie mittels dynamischem Hedging innerhalb des Sondervermögens
- Annahme: Marktwert der Aktiva im Garantiefonds $F = 75 \text{ €}$
- Gemäß obigem Verfahren ist keine zusätzliche Reserve zu stellen.

Betrachte einen nicht dynamisch hedgebaren Kapitalmarktschock i.H.v. 20%:

- Fondsvermögen fällt auf $F = 60 \text{ €}$
- KAG weiterhin vertraglich verpflichtet, die Garantieleistung gegenüber dem LVU zu erbringen.
- LVU muss (zunächst) Differenz $(MDR - F)^+ = 64,08 \text{ €} - 60,00 \text{ €} = 4,08 \text{ €}$ reservieren.
- Bei **Zahlungsausfall der KAG** erleidet das LVU einen entsprechenden Verlust.

➡ Wie und in welchem Umfang sollte diese Problematik berücksichtigt werden?

Erste Antworten

- HGB und Aktuarverordnung
 - verlangen die Berücksichtigung von Optionen und Garantien.
 - Berücksichtigung des Adressenausfallrisikos durch Reservierung der zugehörigen „Kosten von Optionen und Garantien“ mögliche Lösung

- Solvency II
 - erfordert Bewertung von Optionen und Garantien sowie Bestimmung einer Risikomarge für nicht-hedgebare Risiken als Teil der versicherungstechnischen Rückstellungen,
 - betrachtet Realisierung von Adressenausfallrisiken bei der Bestimmung des Solvency Capital Requirement.

➔ Konkrete Ansätze zur Bewertung von Optionen und Garantien bzw. der Risikomarge – bezogen auf das Kreditausfallrisiko – gesucht.

Ein „kanonischer Ansatz“

- Wert der Optionen und Garantien entspricht hier den fiktiven Kosten der Absicherung einer Zahlungsunfähigkeit der KAG.
 - Credit Default Swaps sind Standardinstrumente zur Absicherung von Zahlungsausfallrisiken.
- Ansatz für den Wert der kreditrisikobezogenen Optionen und Garantien:

$$(*) \quad D_0 = E_Q \left[\int_0^{\min[\tau, T]} B_{0,t}^{-1} \cdot ANSK_t \cdot s_t \cdot U_t dt \right].$$

mit

- Q „geeignetes“ Bewertungsmaß
- $1/B_{0,t}$ Diskontfaktor für das Zeitintervall $[0,t]$
- $ANSK_t$ Anteil der Kunden, die bis zum Zeitpunkt t noch im Bestand sind
- s_t Credit Default Spread gemäß Preis „geeigneter“ Credit Default Swaps
- U_t Unterdeckung zur Zeit $t = (MDR_t - F_t)^+$
- τ (zufälliger) Zeitpunkt des Zahlungsausfalls der KAG

Fallstudie (1/2)

- CPPI-Hybrid mit
 - Laufzeit 20 Jahre
 - Monatsbeitrag 100 €
 - Rechnungszins 2,25%
 - Kostensätzen $\alpha = 4\%$, $\beta = 5\%$, Management Fee des Fonds = 150 bp p.a.
 - Multiplikator 5, entsprechend einem maximalen Verlust von 20% p.m.

- Stochastische Modelle für die Bewertung
 - Zinsmodell 1 Vasicek mit $\kappa = 20\%$, $\theta = 4,5\%$, $\sigma_V = 0,5\%$

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma_V dW_t^Z$$

 - Zinsmodell 2 Cox-Ingersoll-Ross mit $\kappa = 20\%$, $\theta = 4,5\%$, $\sigma_{CIR} = 2,5\%$

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma_{CIR} \sqrt{r_t} dW_t^Z$$

 - Aktienmodell Black-Scholes mit $\sigma_{BS} = 25\%$, $\langle W^Z, W^A \rangle \equiv 0$

$$dS_t = r_t S_t dt + \sigma_{BS} S_t dW_t^A$$

Fallstudie (2/2)

- Modelle für die Gesamtverzinsung der klassischen Lebensversicherungskomponente
 - Modell 1 5-jähriges Mittel der 10-jährigen Zinsen und 5-jähriges Mittel von Aktienrenditen; Aktienquote = 10%
 - Modell 2 10-jähriges Mittel der 10-jährigen Zinsen und 5-jähriges Mittel von Aktienrenditen; Aktienquote = 10%
 - Kosten der Absicherung des Adressenausfallrisikos über die Zeit konstant, d.h. $s_t = s$
 - (konservative) Annahme einer Stornoquote von 0%
 - Absicherungsstrategie:
 - Umschichtung gemäß CCPI-Ansatz erfolgt einmal pro Monat
 - Überprüfung und ggf. Ausgleich einer Unterdeckung mit gleicher Frequenz
- Führt zur Diskretisierung in (*)

$$D_0 = E_Q \left[\sum_{m=1}^{\min(\tau, M)} B_{0,m}^{-1} \cdot s \cdot U_m \cdot \frac{1}{m} \right] = \frac{s}{m} \cdot E_Q \left[\sum_{m=1}^{\min(\tau, M)} B_{0,m-1}^{-1} \cdot E_Q \left[B_{m-1,m}^{-1} (MDR_m - F_m)^+ | \Omega_{m-1} \right] \right]$$

→ Bewertung von einmonatigen Put-Optionen entlang zufälligem Pfad

Exkurs: CPPI-Konzept (1/4)

- Grundkonzept: Aufteilung des Portfolios (PF) in sichere Anlage und riskante Anlage (R)
- Die Überprüfung der Asset Allocation erfolgt laufend in Abhängigkeit von der Marktsituation; dabei wird der Barwert der Mindestleistung (= Floor) mit dem Marktwert des Portfolios verglichen.

Ziel: Portfoliowert nach maximalem Verlust \geq Floor

- Ansatz zur Festlegung der Asset-Allocation:

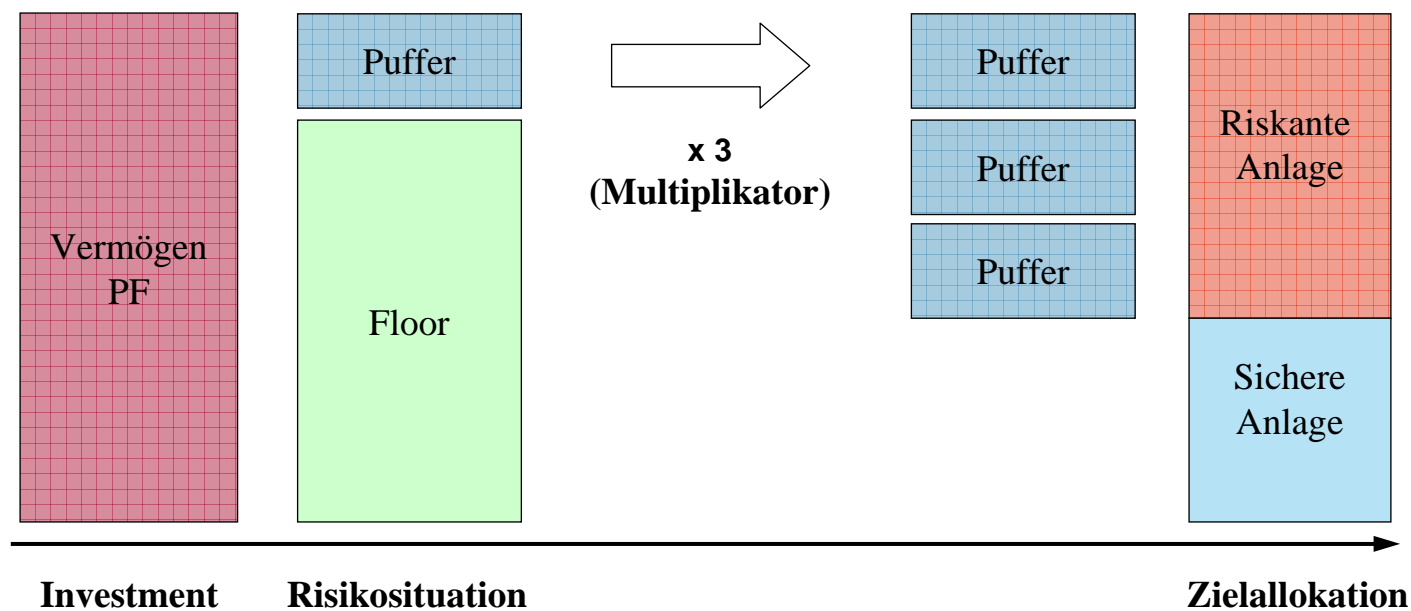
$$R (1 - \text{maxloss}) + (PF - R) \geq \text{Floor}$$
$$\Leftrightarrow R \leq \frac{PF - \text{Floor}}{\text{maxloss}} =: \text{Multiplikator} * \text{Puffer}$$

mit Multiplikator = $1/\text{maxloss}$, Puffer = $PF - \text{Floor}$

- Anmerkung: Beim CPPI-Hybrid gilt Floor = *MDR* (prospektive Deckungsrückstellung)

Exkurs: CPPI-Konzept (2/4)

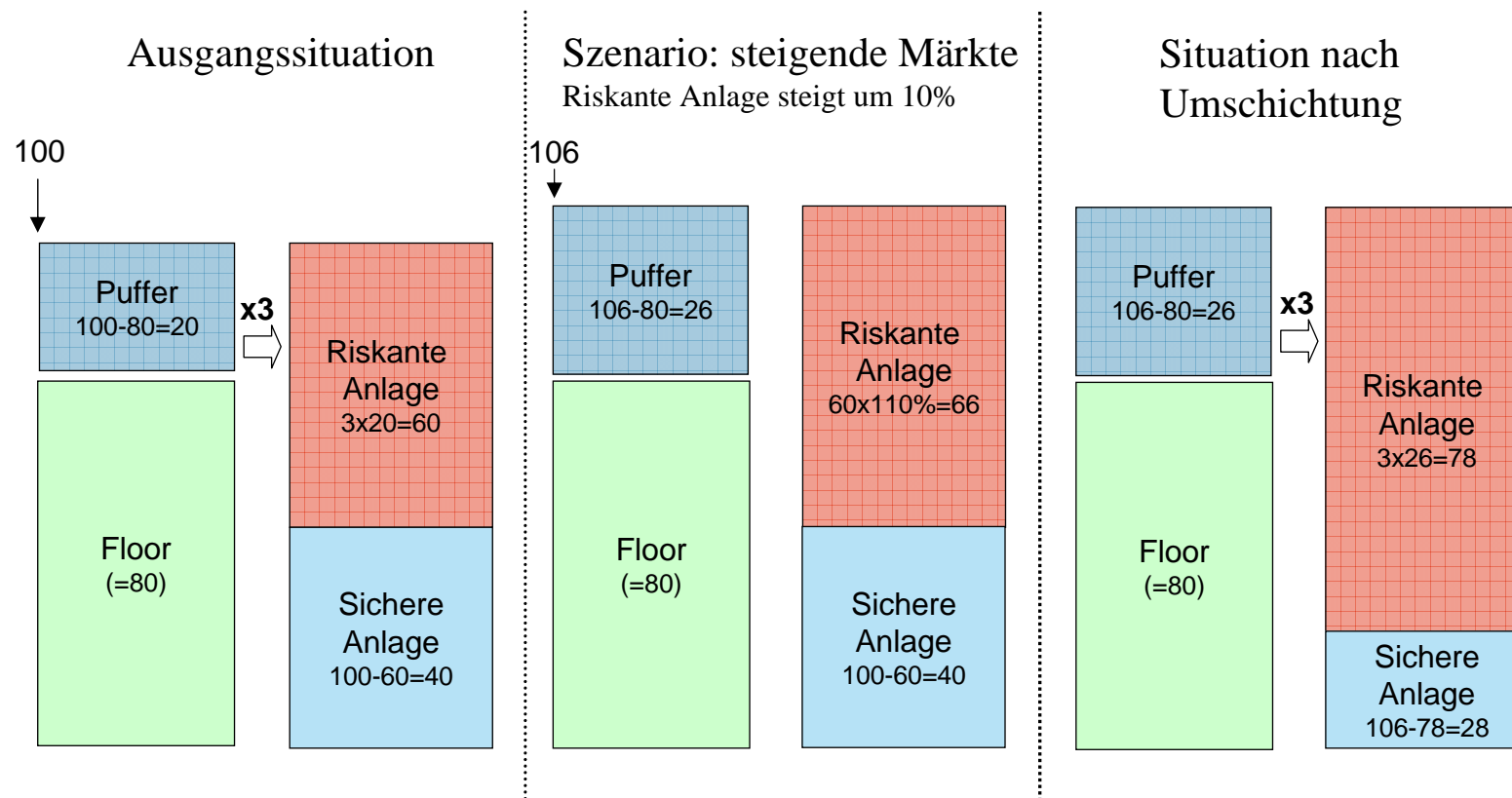
- Puffer und Multiplikator bestimmen die Asset-Allocation
- Multiplikator ist abhängig von Volatilität der zugrundeliegenden Kapitalanlage bzw. dem Niveau der Absicherung durch "Crash Puts"
- Puffer ist abhängig von Kapitalmarktsituation (Zinsstruktur) und Restlaufzeit



Exkurs: CPPI-Konzept (3/4)

Umschichtungsmechanismus

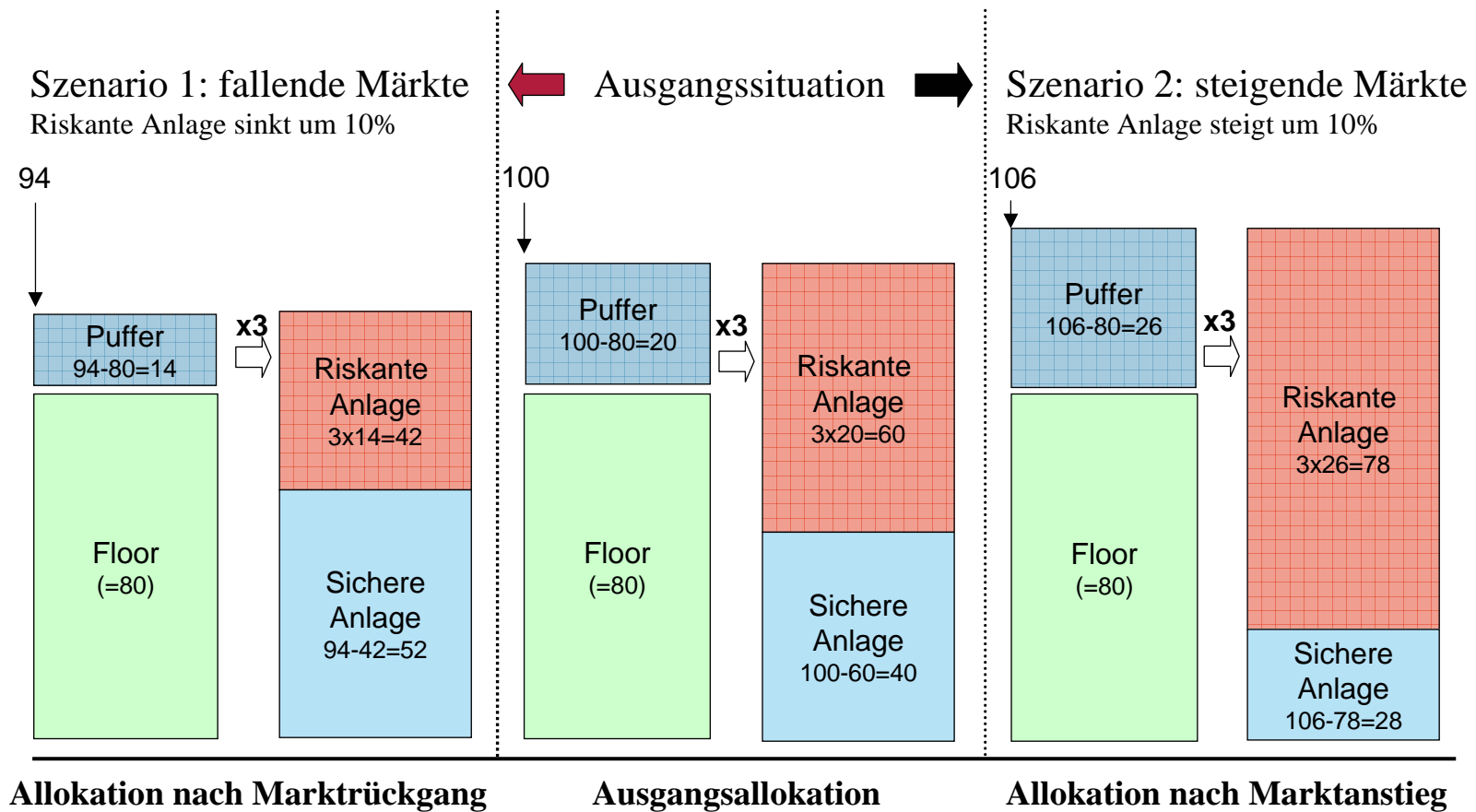
Annahmen: Anlagebetrag = Garantie = 100 €, aktueller Barwert der Garantien = 80 €, Multiplikator = 3



Exkurs: CPPI-Konzept (4/4)

Umschichtung in fallenden und steigenden Märkten

Annahmen: Anlagebetrag = Garantie = 100 € aktueller Barwert der Garantien = 80 € Multiplikator = 3



Fallstudie: Ergebnisse (1/2)

Theoretische Kosten der Absicherung des Kreditausfallrisikos

Modell 1:

Szenario	Laufzeit	Beitrags- zahlung	Rechnungs- zins	Markt- zins	Aktien vola	Crash-Put implied vola	Zinsmodell	Absicherungskosten	
								absolut	in % BS
Basisszenario	20 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 1: 40%	Vasicek	316	1.32%
RZ 3,25%	20 Jahre	monatl. 100	3.25%	4.50%	25%	Variante 1: 40%	Vasicek	260	1.08%
Marktzins 3%	20 Jahre	monatl. 100	2.25%	3.00%	25%	Variante 1: 40%	Vasicek	304	1.27%
impl vola 45%	20 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 1: 45%	Vasicek	634	2.64%
Laufzeit 15 J	15 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 1: 40%	Vasicek	211	1.17%
Laufzeit 30 J	30 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 1: 40%	Vasicek	449	1.25%
EB 24.000	20 Jahre	EB 24.000	2.25%	4.50%	25%	Variante 1: 40%	Vasicek	487	2.03%
Basisszenario	20 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 2: 7,5% / 10%	Vasicek	343	1.43%
RZ 3,25%	20 Jahre	monatl. 100	3.25%	4.50%	25%	Variante 2: 7,5% / 10%	Vasicek	291	1.21%
Marktzins 3%	20 Jahre	monatl. 100	2.25%	3.00%	25%	Variante 2: 7,5% / 10%	Vasicek	328	1.37%
"impl vola 45%"	20 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 2: 10% / 10%	Vasicek	726	3.03%
Laufzeit 15 J	15 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 2: 7,5% / 10%	Vasicek	225	1.25%
Laufzeit 30 J	30 Jahre	monatl. 100	2.25%	4.50%	25%	Variante 2: 7,5% / 10%	Vasicek	499	1.39%
EB 24.000	20 Jahre	EB 24.000	2.25%	4.50%	25%	Variante 2: 7,5% / 10%	Vasicek	557	2.32%

Implizite Volatilität

1. implied vola ist konstant gleich 40%
2. implied vola entspricht der implied vola at the money (a.t.m.) in Höhe von 25% zuzüglich eines additiven Zuschlags von 7,5% je 10% out-of-the-moneyness, d.h.

$$\text{implied vola} = 25\% + 0,75 \cdot (1 - \text{Ausübungspreis} / \text{Kurs})$$

Fallstudie: Ergebnisse (2/2)

- Kosten der Absicherung der Garantie durch crash puts haben deutliche Auswirkung auf Ablaufrendite des Produkts.
- Fiktive Kosten der Absicherung des Zahlungsausfalls der KAG liegen deutlich darunter (CDS-Spread s dürfte normalerweise weit unter 10% liegen).
- Tatsächliche Absicherung des Zahlungsausfalls vermutlich nur indirekt möglich („cross hedge“) und mit hohem Aufwand verbunden.
- Der maximale Schaden bei Zahlungsausfall kann recht hoch ausfallen, insbesondere weil Aktiencrash und Zahlungsausfall hohe Abhängigkeit aufweisen.

Anmerkungen zur Modellierung

- Beide Modellierungsansätze (Vasicek mit 5-Jahresmittel vs. CIR mit 10-Jahresmittel) liefern bei der gewählten Kalibrierung nahezu identische Ergebnisse.
- Die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Modellierung der impliziten Volatilität der crash puts ist deutlich größer.

Fazit und Diskussion

- Auswahl der KAG und Verständnis des Wertsicherungskonzepts des Garantiefonds von großer Bedeutung für das LVU.
- Zu stellende Reserven für kreditrisikobezogene Optionen und Garantien eher vernachlässigbar, Risikokapitalbedarf allerdings materiell.

Offene Punkte

- Bei der Gesamtbewertung von dynamischen Hybridprodukten sind auch die Optionen und Garantien im klassischen Baustein zu berücksichtigen.
- Liquiditätsaspekte spielen bei der Umschichtung zwischen Fonds und klassischem Sicherungsvermögen ebenfalls eine Rolle.
- Bei der Modellierung der Unterdeckung gibt es eine starke Abhängigkeit von den vertraglichen Regelungen.
- Verfeinerung der (stochastischen) Modellierung
- Ergebnisse für andere Garantiefondsstrukturen?
- ...

Quellen

- Arbeitsgruppe „Bewertung von Garantien“ der Deutschen Aktuarvereinigung: *Bewertung von Fondsgebundenen Rentenversicherungen mit Garantiefonds und Variable Annuities*, DAV-Hinweis vom 24.09.2010.
- Europäische Kommission: *QIS 5 Technical Specifications*, 2010.